SEMINARIO CRUZ DEL SUR

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA – UFRO

ASPECTOS GEOMÉTRICOS DE LA DESCOMPOSICIÓN DE UNA JACOBIANA SEGÚN EL ÁLGEBRA DE GRUPO.

LESLIE JIMÉNEZ
LINKÖPINGS UNIVERSITET

Jueves 10 de Noviembre del 2016, 16h00
Auditorio Prof. Manuel López Ramírez

Resumen.
Consideremos JX una Jacobiana con acción de un grupo finito G, la cual proviene de la acción sobre su correspondiente superficie de Riemann X. Esta situación induce un morfismo $\rho : \mathbb{Q}[G] \to \mathrm{End}_{\mathbb{Q}}(JX)$ de manera natural. Para cada $\alpha \in \mathbb{Q}[G]$ definimos una subvariedad abeliana

$$B_\alpha := \mathrm{Im}\rho(m\alpha) \subset JX,$$

donde m es algún entero positivo tal que $\rho(m\alpha) \in \mathrm{End}_{\mathbb{Z}}(JX)$.

Debido a que $\mathbb{Q}[G]$ es un álgebra semi-simple, se descompone en álgebras simples; $\mathbb{Q}[G] = Q_0 \times \cdots \times Q_r$. Las álgebras Q_i están en biyección con las representaciones racionales irreducibles de G. Esto es, para toda representación irreducible racional W_i de G hay un idempotente central e_i únicamente determinado; el cual define una subvariedad abeliana $A_i = B_{e_i}$. Estas variedades, llamadas componentes isotípicas, están únicamente determinadas por la representación W_i, y

$$\mu : A_0 \times \cdots \times A_r \to JX$$

dada por la adición, es una isogenia, llamada la *descomposición isotípica de* JX.

Más aún, la descomposición de cada $Q_i = L_1 \times \cdots \times L_{n_i}$ en un producto de ideales izquierdos (todos isomorfos) da una descomposición más fina para JX. Entonces, hay idempotentes $f_{i1}, \ldots, f_{in_i} \in Q_i$ tales que $e_i = f_{i1} + \cdots + f_{in_i}$, donde $n_i = \frac{\dim V_i}{m_i}$, y $m_i = m_{V_i}$ es el índice de Schur para la representación V_i. Los f_{ij} definen subvariedades de A_i, dadas por $B_{ij} := B_{f_{ij}}$. Entonces tenemos que

$$\nu : J_G \times B_{11}^{n_1} \times \cdots \times B_{r1}^{n_r} \to JX,$$

dada por la adición, es una isogenia, conocida como la descomposición según el álgebra de grupo de JX respecto a G, donde $JG = J(X/G)$ es el factor dado por la representación trivial de G.

En esta charla estudiaremos algunos aspectos geométricos de esta descomposición; como dimensiones de los factores (dependencia del vector generador), polarizaciones y núcleo de ν por medio de una representación simpléctica de la acción. Veremos esto via ejemplos.

E-mail address: leslie.jimenez@liu.se

Con el apoyo de la Facultad de Ingeniería y Ciencias, UFRO. Parcialmente financiado por Becas Chile Postdoctorales.